Álgebra Linear

Lista 1

Data da lista:	21/10/2024
Preceptor:	Vinicius Pinto da Fonseca
Curso atendido:	Engenharia Civil e Engenharia Mecânica.
Coordenadora:	Patricia Hernandes Baptistelli

1. Determine a matriz $A = (a_{ij})_{2\times 3}$:

a) $(a_{ij}) = i - j$;

b) $(a_{ij}) = 1$ se $i = j$ e $(a_{ij}) = i^2$ se $i \neq j$;

c) $(a_{ij}) = i + 3j$ se $i = j$ e $(a_{ij}) = i + 2j$ se $i \neq 1$.

2. Seja $A = (a_{ij})_{3\times 4}$ uma matriz onde:

$$(a_{ij}) = i + j \text{ se } i = j \text{ e } (a_{ij}) = 2(i - j) \text{ se } i \neq j.$$

Determine a matriz A.

3. Determine a e b para que a seguinte igualdade seja verdadeira:

$$\begin{pmatrix} a+4 & b^3 \\ 10 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a & b \\ 10 & 7 \end{pmatrix}.$$

4. Dadas as matrizes A e B determine x e y para que A $=$ B^t.

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+y & x-y \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

5. Dadas as matrizes a seguir, determine: A·B; A·C^t e B·C.

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}, \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } \mathrm{C} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Sejam $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ e $D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix}$

   Encontre

a) $A + B$;

b) $A \cdot C$;

c) $B \cdot C$;

d) $C \cdot D$;

e) $D \cdot A$;

f) $D \cdot B$.

7. Se $A^2 = A \cdot A$, então $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}^2 =$_______________

8. Suponha que $A \neq 0$ e $AB = AC$, onde A, B, C são matrizes tais que a multiplicação esteja definida.

a) $B = C$?

b) Se existir uma matriz Y tal que $YA = I$, onde I é a matriz identidade, então $B = C$?

9. Dadas as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \\ 4 & -3 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \end{bmatrix} \textbf{ e } C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & -2 \\ 3 & -2 & -1 & -1 \\ 2 & -5 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

   Mostre que $AB = AC$.

10. Explique por que em geral, $(A+B)^2 \neq A^2 + 2AB + B^2$ e $(A+B)(A-B) \neq A^2 - B^2$.